

Statističko uzorkovanje - Uvod

- Osnovni pojmovi za razvoj i upotrebu planova prijema -

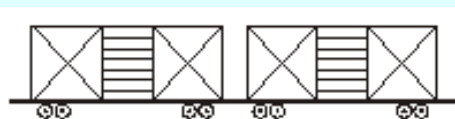
Uzorkovanje

- **Uzorak** – deo populacije, osnovnog skupa, koji ima, više ili manje odlike osnovnog skupa iz kojeg je uzet. Jedna ili više jedinica proizvoda koje su izvučene iz isporučene serije, lota, partije.
- **Partija** (serija, šarža) – količina proizvoda određene isporuke za koju se može smatrati da je homogena (proizvedena i upakovana pod istim uslovima)
- **Pojedinačni uzorak** količina uzoraka uzeta sa jednog mesta partije (pakovanje, box, vagon i sl.).
- **Zbirni uzorak** – skup pojedinačnih uzoraka, uzetih iz iste partije, sjedinjenih i izmešanih.
- **Prosečan uzorak** – uzorak dobijen redukcijom zbirnih uzorka, a služi za laboratorijsko ispitivanje.

Način uzimanja uzorka zavisi od:

- **Agregatnog stanja proizvoda**— čvrsto (rastresito - žito, kompaktno – kameni blok, komadno-pojedinačni proizvodi), tečno, gasovito i sl.
- **Vrste ambalaže, pakovanja i/ili mesta u kome se nalaze proizvodi** – cisterna, burad, vagon, paleta, vodovod, i sl., ali i reka, zemljište, vazduh i sl.
- **Nivoa opasnosti prilikom uzimanja uzorka** – po čoveka, životnu sredinu i sl.

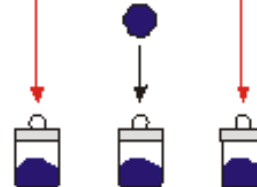
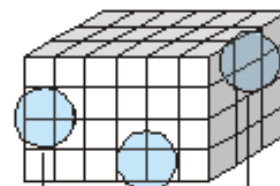
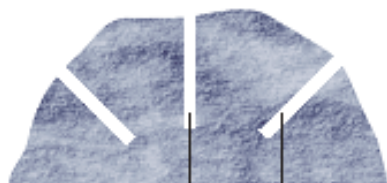
Uzorkovanje



**POJEDINAČNI
UZORAK**

**ZBIRNI
UZORAK**

**PROSEČAN
UZORAK**



Uzorkovanje

- **Reprezentativan uzorak** - Uzorak treba da dobro reprezentuje osnovni skup iz kojeg je uzet.
- U zavisnosti da li je uzorak zasnovan na teoriji verovatnoće ili ne imamo:

a) **Slučajan uzorak** (ista verovatnoća izbora proizvoda iz osnovnog skupa).

- **Prost (jednostavan) slučajni uzorak** (upotreba slučajnih brojeva i sl.),
- **Sistematski** (prvi proizvod se bira slučajno, a ostali u određenim intervalima),
- **Slojevit-stratifikovan** (razvrstavanje metalnog otpada na prijemu, a zatim uzimanje uzorka iz svake od grupa-stratusa i sl.) i
- **Grupni** (već postojeće grupe – proizvod iz pogona 1- lokacija1, proizvod iz pogona 2-lokacija 2 i sl.) uzorak.

a) **Selektivan uzorak** (nije obezbeđena ista verovatnoća izbora proizvoda iz osnovnog skupa).

- **Prigodan uzorak,**
- **Kvotni uzorak,**
- **Namerni uzorak**
- **Uzorak “grudva snega”**

Osnovni pojmovi za upotrebu Planova prijema

VELIČINA SERIJE-(N), VELIČINA UZORKA-(n),
MAKSIMALNO DOZVOLJENI BROJ LOŠIH JEDINICA U UZORKU-(c)
BROJ LOŠIH JEDINICA U UZORKU- (k), U SERIJI (m)
PROSEK PROCESA (Average of process) – (\bar{p}) prosečan procenat defektnih jedinica proizvoda u seriji kao izlaza iz nekog procesa.

NIVO KVALITETA (p) procenat defektnih delova u seriji.

NIVO KVALITETA ZA PRIJEM (AQL- Acceptable Quality Level, NKP, $p_1=p\alpha$) - maksimalna količina defektnih jedinica proizvoda (p) koja je prihvatljiva sa stanovišta proizvođača. Definiše ga proizvođač.

NIVO ODBIJAJUĆEG KVALITETA ili tolerisani nivo kvaliteta (RQL- Rejectable Quality Level , LTPD- Lot tolerance percent defective, NOK, $p_2=p\beta=pt$) - maksimalna količina defektnih jedinica proizvoda (p) koja je prihvatljiva sa stanovišta kupca. Definiše ga kupac.

NEUTRALNI NIVO KVALITETA (NQL ili IQL - Neutral (independent) Quality Level) ili nezavisan kvalitet je postotak defektnih delova (p) koja odgovara verovatnoći prihvatanja (odbijanja) serije od $P(p) = 50\%$.

Osnovni pojmovi za upotrebu Planova prijema

RIZIK PROIZVOĐAČA (α) (Producer's Risk) - verovatnoća odbijanja dobre serije ($\alpha = 5\%$ ili 10%)

p_d - dozvoljeni procenat loših komada;

p_u - pretpostavljeni procenat loših komada iz uzroka;

p_s - stvarni procenat loših komada

$p_u < p_d$ - serija se prima;

$p_u > p_d$ - serija se odbija;

Međutim ako je u seriji $p_s < p_d$ doneta je u I slučaju *ispravna* odluka, a u II slučaju doneta je *pogrešna* odluka da se odbije dobra serija.

Ovo se naziva **greška I vrste** ili **RIZIK PROIZVOĐAČA**.

Meri se verovatnoćom i izražava se preko ALFA.

Osnovni pojmovi za upotrebu Planova prijema

Primer: Neka se neka serija isporučenih proizvoda sastoji iz $N = 1000$ kom, gde je dozvoljeno $p=1\%$. Neka su elementi plana prijema $n = 100$ kom i $c = 5$ kom.

Slučaj I

- broj ispravnih komada 994
- broj neispravnih komada $m=6$ ($p_s = 0,6 \%$)

a) na onovu izabranog uzorka dobijeni su rezultati:

- broj ispravnih komada u uzorku 94
- broj neispravnih komada u uzorku $k=6$

DOBRA SERIJA SE ODBIJA (Rizik proizvođača)

Osnovni pojmovi za upotrebu Planova prijema

RIZIK KUPCA (β) (Consumer's Risk) - verovatnoća prihvatanja loše serije ($\beta=10\%$)

p_d - dozvoljeni procenat loših komada;

p_u - pretpostavljeni procenat loših komada iz uzroka;

p_s - stvarni procenat loših komada

$p_u < p_d$ - serija se prima;

$p_u > p_d$ - serija se odbija;

Međutim ako je u seriji $p_s > p_d$ doneta je u II slučaju *ispravna* odluka, a u I slučaju doneta je *pogrešna* odluka da se primi loša serija.

Ovo se naziva **greška II vrste** ili **RIZIK KUPCA**

Meri se verovatnoćom i izražava se preko BETA

Osnovni pojmovi za upotrebu Planova prijema

Primer: Neka se neka serija isporučenih proizvoda sastoji iz $N = 1000$ kom, gde je dozvoljeno $p=1\%$. Neka su elementi plana prijema $n = 100$ kom i $c = 5$ kom.

Slučaj II

- broj ispravnih komada 100
- broj neispravnih komada $m=900$ ($p_s = 90 \%$)

b) na onovu izabranog uzorka dobili su se rezultati:

- broj ispravnih komada u uzorku 100
- broj neispravnih komada u uzorku $k=0$

LOŠA SERIJA SE PRIHVATA (Rizik kupca)

Proračun Planova prijema – teorijske raspodele verovatnoća

Slučajna veličina		Veličina uzorka	Primena	Statistička raspodela
Prekidna	$x = 0, 1, 2, ..$	n	za posmatranje broja događaja ili primeraka rezultata procesa	⇒ Hipergeometrijska
	$x = 0, 1, .., n,$	$n \geq 0$	za posmatranje broja događaja sa rezultatima procesa	⇒ Binomna
	$x = 0, 1, ..,$	n	za posmatranje broja primeraka rezultata procesa	⇒ Poisson-ova
Neprekidna	$-\infty < x < \infty$	$n \leq 30$	za merenje veličina i testiranje bez normalnosti raspodele	⇒ Studentova
	$-\infty < x < \infty$	$n > 30$	za kontrolisanje veličina rezultata procesa	⇒ Normalna
	$-\infty < x < \infty$	n	za testiranje veličina sa normalnošću raspodele	⇒ Hi-kvadrat
	$x \geq 0$	n	za izračunavanje pouzdanosti rezultata procesa	⇒ Weibull-ova

Teorijske raspodele verovatnoća – prekidne veličine

- Ako je osnovni skup beskonačan ili dovoljno veliki u odnosu na uzorak npr. $n \leq 0.1N$ onda se verovatnoća proračunava iz **binomnog zakona** verovatnoće

$$P(x) = \binom{n}{x} p^x (1-p)^{n-x}$$

- Ako je $n > 0.1N$ i $k > 5$ karakteristična kriva se konstruiše iz zakona **Poissonove raspodele**.

$$P(x) = \frac{e^{-\lambda} \lambda^x}{x!}$$

- Za male serije u odnosu na veličinu uzorka ($N < 100$) za proračun verovatnoće koristi se zakon **hipergeometrijske raspodele**:

$$P(x) = \frac{\binom{m}{x} \binom{N-m}{n-x}}{\binom{N}{n}}$$

Teorijske raspodele verovatnoća – neprekidne veličine

- Ako je $n > 0.1N$ i $k < 5$ karakteristična kriva se konstruiše iz zakona normalne raspodele.

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2}$$

Proračun Planova prijema - primer

Primer : Iz jednog skupa od 50 jedinica gde očekujemo 8% nesipravnih uzet je uzorak od 5 jedinica. Kolika je verovatnoća da se u uzorku nađe neispravna jedinica?

Rešenje:

$$P(k) = \frac{\binom{N-m}{n-k} \binom{m}{k}}{\binom{N}{n}}$$

Iz podataka u tekstu se određuje: $N=50$, $n=5$ i $m=0.08 \cdot N=0.08 \cdot 50=4$, neophodno je odrediti $P(k>0)=?$

Uzimanjem slučajnog uzorka moguće je otkriti sledeći broj neispravnih jedinica: $k=0$ ili 1 ili 2 ili 3 ili 4

Suma ovih verovatnoća je ravna jedinici: $1 = P_0 + P_1 + P_2 + P_3 + P_4$

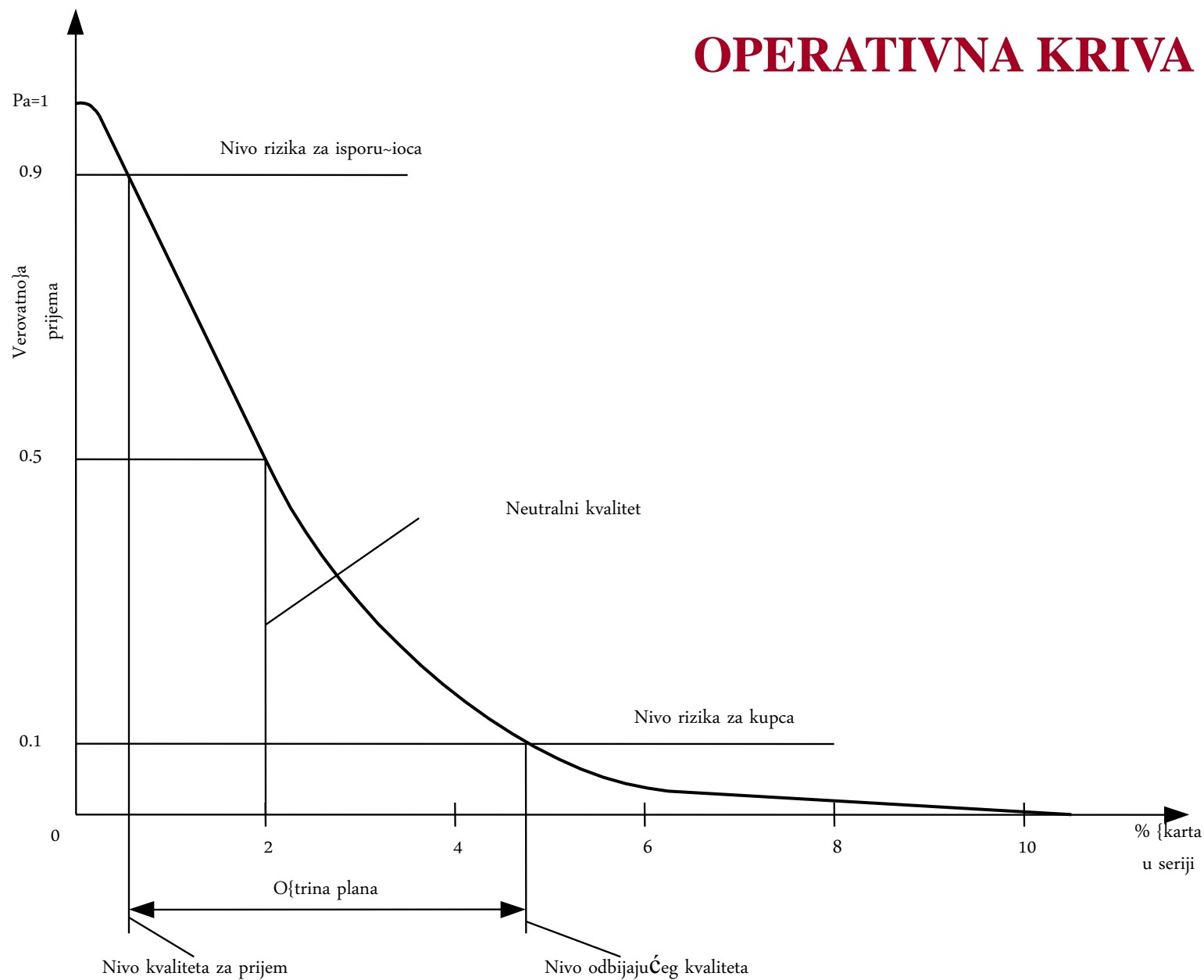
Verovatnoća da ćemo naći neispravne jedinice iznosi: $P(k>0) = 1 - P_0$

$$P_0 = \frac{\binom{50-4}{5-0} \binom{4}{0}}{\binom{50}{5}} = \frac{46 \cdot 45 \cdot 44 \cdot 43 \cdot 42}{50 \cdot 49 \cdot 48 \cdot 47 \cdot 46} = 0.65$$

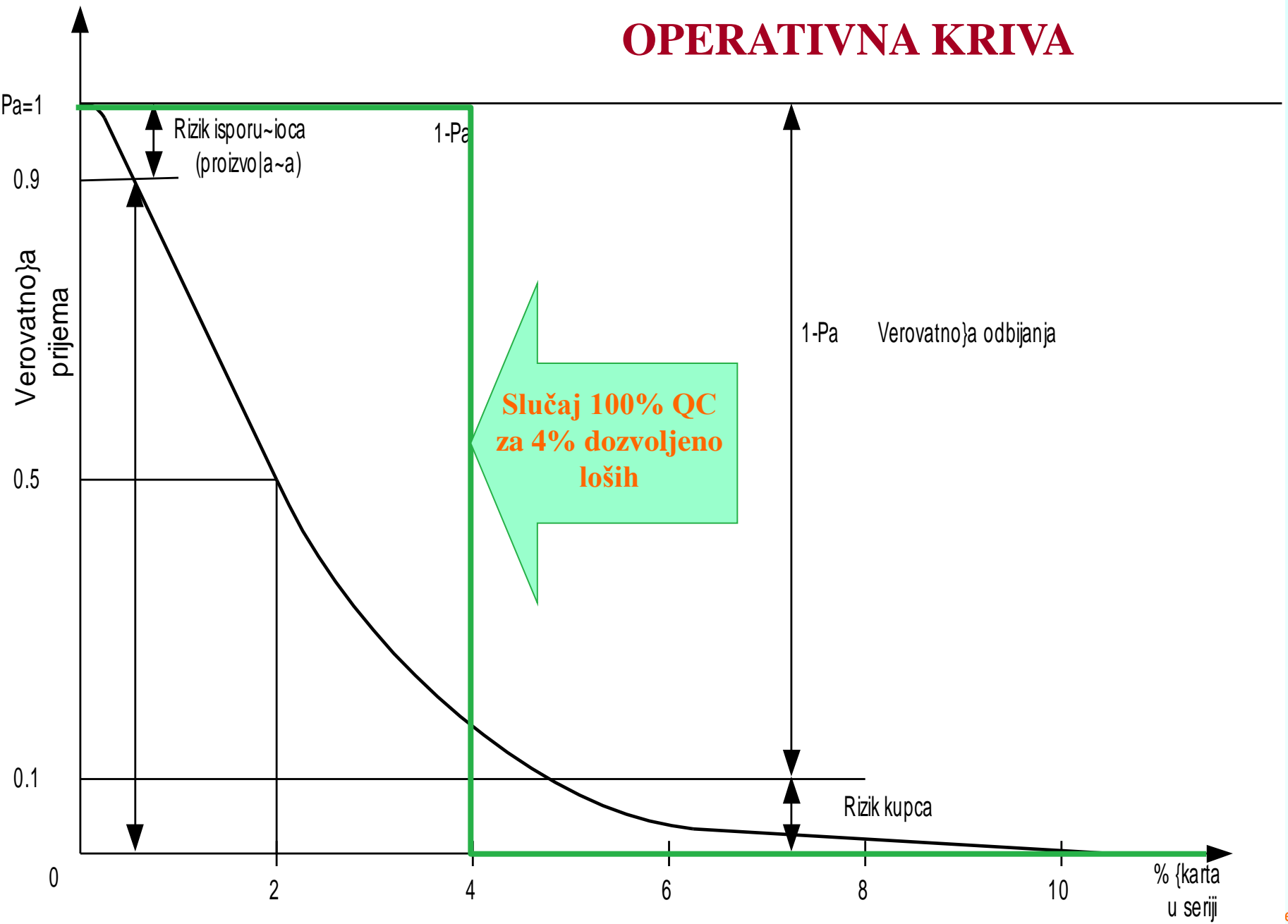
$$\text{tj. } P(k>0) = 1 - 0.65 = 0.35$$

Šta da je
p=10% ili 6%?

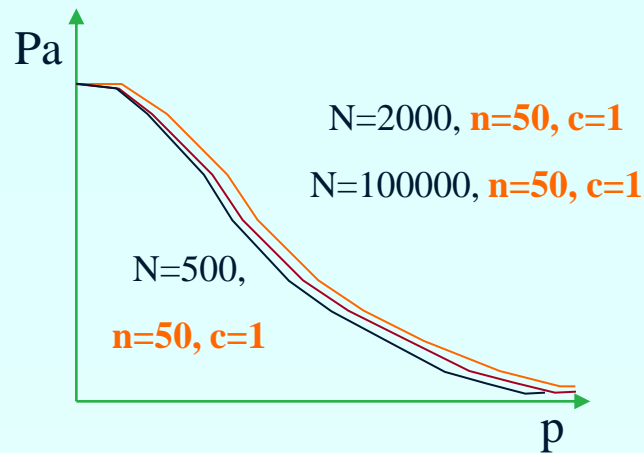
OPERATIVNA KRIVA



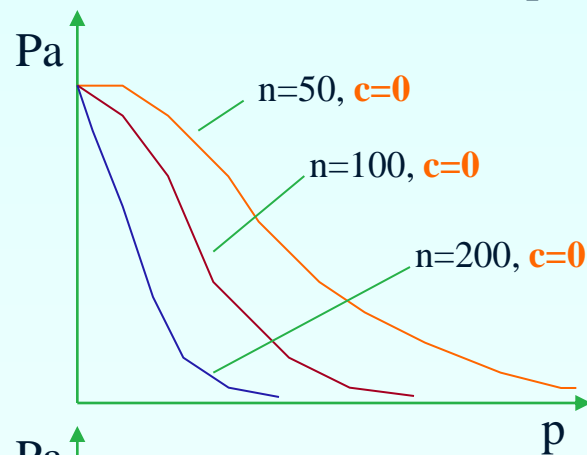
Operativna kriva



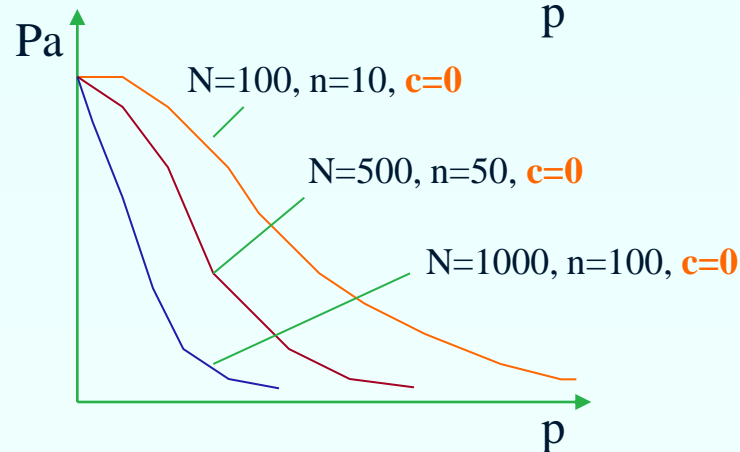
Operativna kriva i neka tumačenja



Uticaj veličine serija N za n i c const.



Uticaj veličine c – (slučaj nivoa prihvatljivosti $c=0$).



Uticaj odabira veličine uzorka npr. 10%

Prosečni izlazni kvalitet P_{pik} (Average outgoing quality - AOQ)

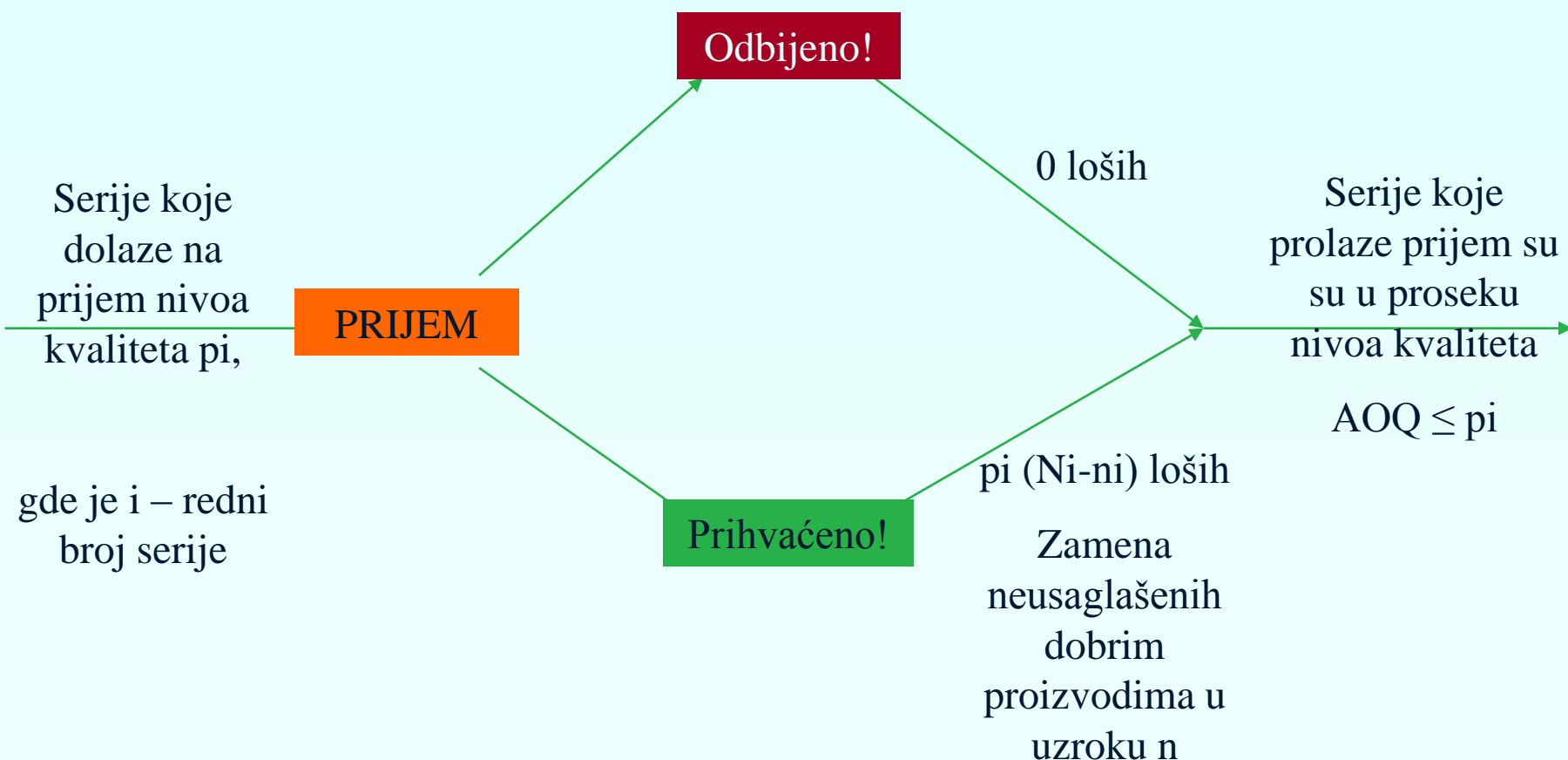
$$AOQ = \frac{P_a \cdot p \cdot (N - n)}{N} = P_a \cdot p \cdot \left(1 - \frac{n}{N}\right)$$

Neka serije nivoa kvaliteta p dolaze na prijem:

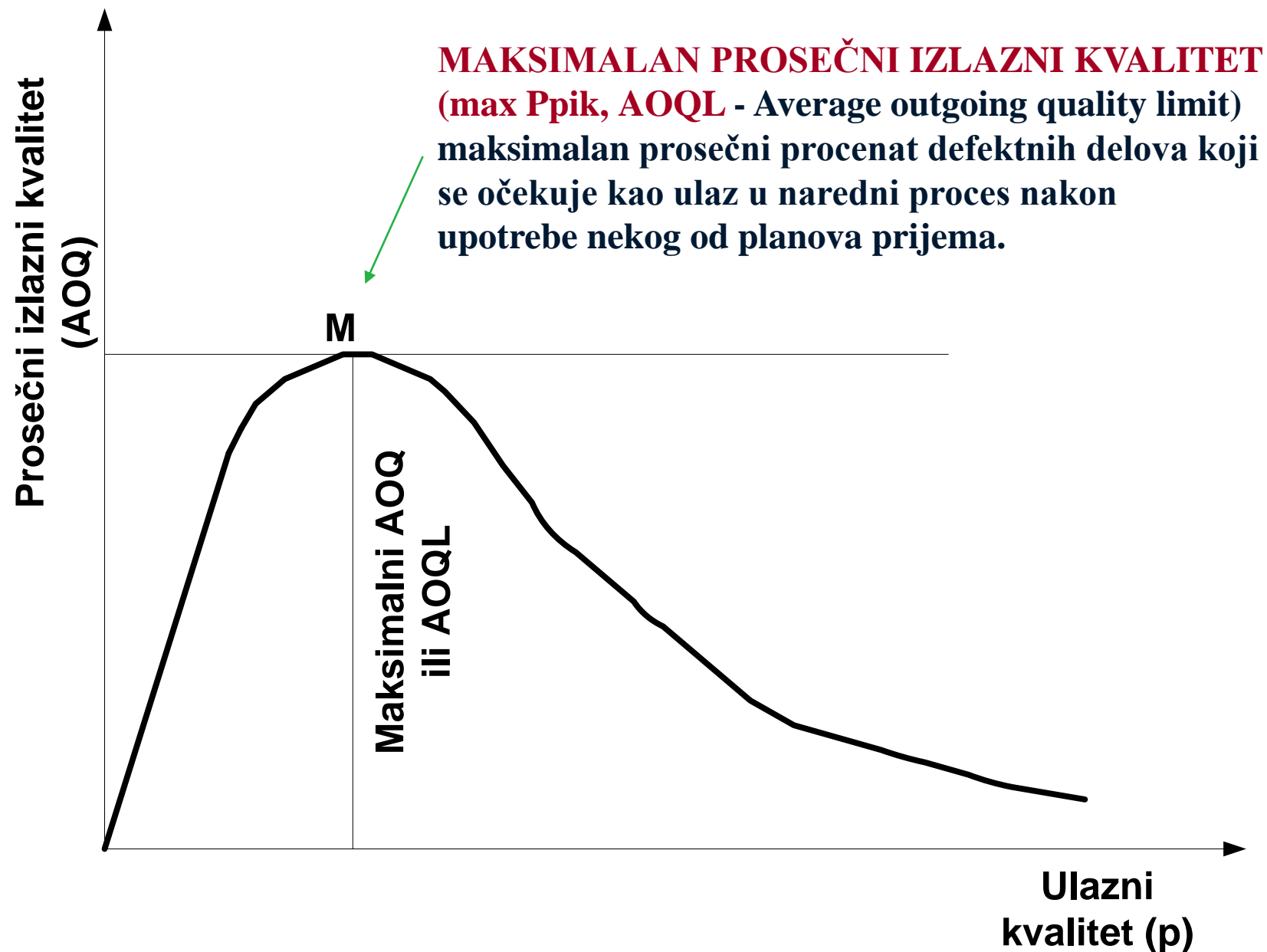
- Deo serija je odbijeno i vraćeno na probiranje. nakon probiranja serije neće biti neusaglašenih jedinica;
- Deo serija prihvaćen uz zamenu neusaglašenih u uzorku n , tako da prolazi $p(N-n)$ neusaglašenih, koji se nalaze u preostaloj količini serije koja nije obuhvaćena uzorkom;
- Ukupni prosečan postotak neusaglašenih proizvoda koja prolazi kontrolu iznosi $AOQ < p$.

Osnovni pojmovi za upotrebu Planova prijema

Prosečni izlazni kvalitet P_{pik} (Average outgoing quality - AOQ)



Osnovni pojmovi za upotrebu Planova prijema



Osnovni pojmovi za upotrebu Planova prijema

Prosečan obim kontrole (ATI - Average total inspection) prosečan broj kontrolisanih jedinica nakon obavljenih prijema sa ulaznim kvalitetom serije p tj. verovatnoćom prihvatanja P_a .

Objašnjenje:

- Ako serije nemaju loših komada $p=0$ broj kontrolisanih je prosečno jednak veličini uzorka n
- Ako serije sadrže 100% loših komada $p=1$ broj kontrolisanih je prosečno jednak veličini serija N
- kako je $0 \leq p \leq 1$ onda je $n \leq \text{ATI} \leq N$

$$\text{ATI} = n + (1 - P_a) (N-n)$$

Osnovni pojmovi za upotrebu Planova prijema

- **Suština smanjivanja obima kontrole je ostvariti potreban zadatai AOQL uz minimiziranje funkcije ATI**
- **Na osnovu ovoga su projektovani neki od razvijenih planova prijema npr. Dodge - Roming**

Preporuke za upotrebu razvijenih Planova prijema

Cilj	Atributivne	Numeričke
Obezbediti nivoe kvaliteta za kupca/proizvođača	Izbor plana sa operativne krive Philipsov plan prijema	Izbor plana sa operativne krive
Održavati željeni nivo kvaliteta	MIL STD 105E	MIL STD 414
Obezbediti prosečan nivo odlazećeg kvaliteta	Dodge-Roming plan, AOQL	AOQL
Smanjiti kontrolu izborom manjih uzoraka, a na osnovu dobrih prošlih isporuka	Sekvencijalno uzorkovanje	Narrow-limit gaging
Smanjiti kontrolu na osnovu dobrih prošlih isporuka	Skip-lot sampling, Dvostruko uzorkovanje	Skip-lot sampling, Dvostruko uzorkovanje
Obezbediti bolji nivo kvaliteta od dozvoljenog	Dodge-Roming plan, p_β	p_β , testiranje hipoteza

Obuhvaćeno
planom predmeta!